

Prof. Dr. Kurt Mehlhorn
Michael Dirnberger

WiSe 2016/17

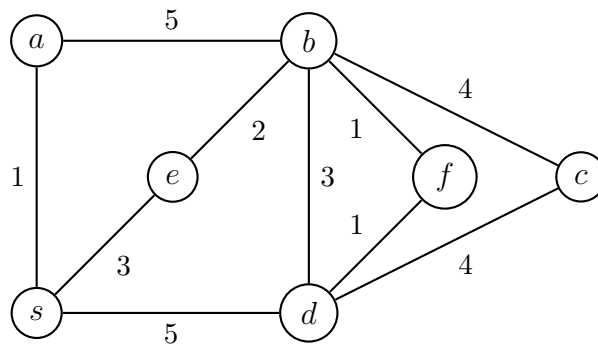
Übungen zu Ideen der Informatik

<http://www.mpi-inf.mpg.de/departments/algorithms-complexity/teaching/winter16/ideen/>

Blatt 5

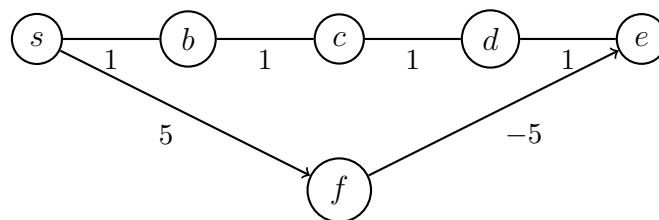
Abgabeschluss: 5.12.2016

Aufgabe 1 (10 Punkte) Berechnen Sie mit Hilfe von Dijkstras Algorithmus die kürzesten Wege von s zu allen anderen Knoten in folgendem Graphen und geben Sie alle Schritte an:



Alle Kanten können in beide Richtungen durchlaufen werden.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Wir nehmen nun an, dass es auch negative Kantenlängen (auch Kantengewichte genannt) geben darf. Punkt d) gibt ein Beispiel für die Sinnhaftigkeit von negativen Kantenlängen. Ein Weg mit Kanten der Länge 5, -5, 1 hat Gesamtlänge $5 + (-5) + 1 = 1$. Im folgenden Beispiel kann man die Kanten in der oberen Reihe in beide Richtungen und die Kanten (s, f) und (f, e) nur in Pfeilrichtung benutzen.



- a) Geben Sie die Entfernungen von s zu allen Knoten an.
- b) Funktioniert Dijkstras Algorithmus für diesen Graphen? Die wesentliche Eigenschaft von Dijkstras Algorithmus ist, dass Entfernungen über jede Kante nur einmal propagiert werden.
- c) Funktioniert der ursprüngliche Algorithmus noch?

- d) Die Knoten unseres Graphen stehen nun für Währungen. Für zwei Währungen a und b sei x_{ab} die Anzahl der Einheiten der Währung b , die man für eine Einheit der Währung a bezahlen muss. Wenn man dann a in b umtauscht und dann b in c und dann c in d , dann muss man $x_{ab} \cdot x_{bc} \cdot x_{cd}$ Einheiten der Währung d für eine Einheit der Währung a bezahlen. Was bedeutet ein Zyklus, auf dem das Produkt kleiner ist als 1?

Der Logarithmus eines Produkts ist die Summe der Logarithmen.

Beschriften Sie nun die Kante von a nach b mit $\log x_{ab}$. Was ist dann ein Zyklus, auf dem das Produkt kleiner ist als 1? Wie können Sie einen Zyklus finden, mit dem Sie reich werden können?

Im Bereich des High-Speed Trading werden solche Situationen ausgenutzt.

Aufgabe 3 (10 Punkte) (Diese Aufgabe ist eine Herausforderung). Nehmen Sie an, Sie sind in einem Labyrinth gefangen und suchen den Ausgang. Das Labyrinth hat moderate Größe, so dass Sie es ein paar Mal (zum Beispiel fünf Mal) ganz ablaufen könnten, bevor Sie verdursten. Es ist aber zu kompliziert, als dass Sie den ganzen Aufbau im Kopf behalten könnten.

In Ihrer Tasche befindet sich eine ausreichend große Menge farbiger Kreide, mit der Sie auf Wände und Böden schreiben können.

Überlegen Sie sich ein Verfahren, mit dem Sie mit Sicherheit des Ausgang des Labyrinths finden, bevor sie verhungern. Erproben Sie Ihr Verfahren an dem Graphen von Aufgabe 1. Sie starten im Knoten s . Der Knoten f ist der Ausgang.

Kürzeste Wege war spannend okay langweilig
 schwierig okay einfach