

Prof. Dr. Kurt Mehlhorn
Dr. Antonios Antoniadis
André Nusser

WiSe 2017/18

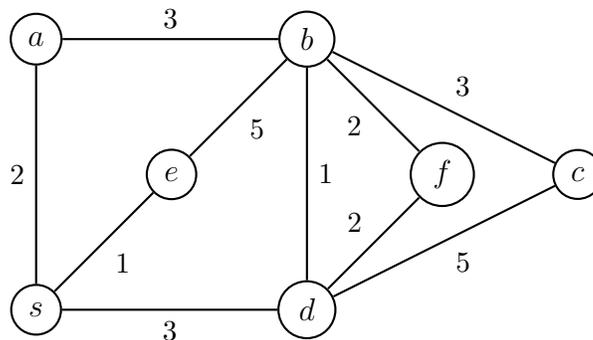
Übungen zu Ideen der Informatik

<http://www.mpi-inf.mpg.de/departments/algorithms-complexity/teaching/winter17/ideen/>

Blatt 5

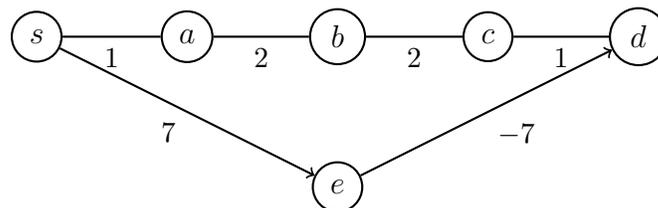
Abgabeschluss: 27.11.2017

Aufgabe 1 (10 Punkte) Berechnen Sie mit Hilfe von Dijkstras Algorithmus die kürzesten Wege von s zu allen anderen Knoten in folgendem Graphen und geben Sie alle Schritte an:



Alle Kanten können in beide Richtungen durchlaufen werden.

Aufgabe 2 (10 Punkte) Wir nehmen nun an, dass es auch negative Kantenlängen (auch Kantengewichte genannt) geben darf. Punkt d) gibt ein Beispiel für die Sinnhaftigkeit von negativen Kantenlängen. Ein Weg mit Kanten der Länge 5, -5, 1 hat Gesamtlänge $5 + (-5) + 1 = 1$. Im folgenden Beispiel kann man die Kanten in der oberen Reihe in beide Richtungen und die Kanten (s, e) und (e, d) nur in Pfeilrichtung benutzen.



- a) Geben Sie die Entfernungen von s zu allen Knoten an.
- b) Funktioniert Dijkstras Algorithmus für diesen Graphen? Die wesentliche Eigenschaft von Dijkstras Algorithmus ist, dass Entfernungen über jede Kante nur einmal propagiert werden. Begründen Sie Ihre Antwort.
- c) Funktioniert der ursprüngliche Algorithmus noch? Begründen Sie Ihre Antwort.

d) Stellen Sie sich einen Graphen vor bei dem die Knoten für Währungen stehen. Für zwei Währungen a und b , sei x_{ab} die Anzahl der Einheiten der Währung b die man für eine Einheit der Währung a bezahlen muss.

Wenn man a in b umtauscht und dann b in c und dann c in d , dann muss man $x_{ab} \cdot x_{bc} \cdot x_{cd}$ Einheiten der Währung d für eine Einheit der Währung a bezahlen. Was bedeutet ein Zyklus auf dem das Produkt kleiner ist als 1 (das heißt, eine Reihe von Währungen der Länge ≥ 2 für die $x_{ab} \cdot x_{bc} \dots x_{za} < 1$ gilt)?

Wir geben nun die Kanten unseres Graphen an. Der Graph ist vollständig; zwischen allen Knoten ist also eine Kante. Die Kante von a nach b ist beschriftet mit $\log x_{ab}$. Welche Kosten im Graph hat dann ein Zyklus auf dem das Produkt der entsprechenden $x_{ab}, x_{bc}, \dots, x_{za}$ kleiner ist als 1? Wie können Sie einen Zyklus finden, mit dem Sie reich werden können?

Im Bereich des High-Speed Trading werden solche Situationen ausgenutzt.

Hinweis: Der Logarithmus eines Produkts ist die Summe der Logarithmen, also:

$$\log(y \cdot z) = \log(y) + \log(z).$$

Aufgabe 3 (10 Punkte) Nehmen Sie an, Sie sind in einem Labyrinth gefangen und suchen den Ausgang. Das Labyrinth hat moderate Größe, so dass Sie es ein paar Mal (zum Beispiel fünf Mal) ganz ablaufen könnten, bevor Sie verdursten. Es ist aber zu kompliziert den ganzen Aufbau des Labyrinths im Kopf zu behalten.

In Ihrer Tasche befindet sich eine ausreichend große Menge Münzen, welche Sie an beliebigen Punkten im Labyrinth ablegen können wenn Sie dort vorbei kommen.

Überlegen Sie sich ein Verfahren mit dem Sie mit Sicherheit den Ausgang des Labyrinths finden bevor Sie verdursten. Erproben Sie Ihr Verfahren an dem Graph von Aufgabe 1. Sie starten im Knoten s und der Knoten f ist der Ausgang.

Kürzeste Wege war spannend okay langweilig
 schwierig okay einfach