



Prof. Dr. Kurt Mehlhorn
Dr. Antonios Antoniadis
André Nusser

WiSe 2017/18

Übungen zu Ideen der Informatik

<http://www.mpi-inf.mpg.de/departments/algorithms-complexity/teaching/winter17/ideen/>

Blatt 3

Abgabeschluss: 13.11.2017

Aufgabe 1 (5 Punkte) (Gleiches Zusammenführen) Gegeben ist eine Folge von Zahlen. Eine Zahl darf mehrmals in der Folge vorkommen.

(1, 6, 7, 1, 7, 6, 6)

ist eine Folge, in der die Zahl 6 dreimal vorkommt. Sie möchten die Zahlen so umordnen, dass alle Vorkommen der gleichen Zahl nebeneinander stehen. Eine mögliche Antwort für die obige Menge ist

(6, 6, 6, 1, 1, 7, 7).

Argumentieren Sie knapp (aber trotzdem präzise), dass man die Aufgabe mit Sortieren lösen kann.

Geben Sie zwei praktische Aufgaben an, wo man Gleiches zusammenführen will.

Lösung: Wenn wir z.B. aufsteigend nach Wert sortieren, dann gilt für jede zwei Zahlen a_i und $a_{i+1} \geq a_i$ dass diese in der sortierten Folge nacheinander liegen genau dann wenn es in der Folge keine Zahl b gibt, so dass $a_i < b < a_{i+1}$. Da wenn $a_i = a_{i+1}$ gilt, kein solches b existieren kann, müssen die gleiche Zahlen in der sortierte Folge nacheinander liegen.

Zwei praktische Beispiele:

- Eine Bank will etwa alle Aufträge zusammenführen, die das gleiche Konto betreffen.
- Für das Erstellen der Zeugnisse am Ende des Jahres muss man alle Ergebnisse eines jeden Studenten zusammenführen.

Aufgabe 2 (10 Punkte) (Kartenspiel Sortieren) Wir haben ein Kartenspiel. Jede Karte hat eine Farbe (Kreuz, Pik, Herz, Karo) und einen Wert (der Einfachheit halber zwischen 1 und 9). Wir möchten die Karten nach Farbe und Wert sortieren, so dass die Karten in folgender Reihenfolge vorkommen: 1-Karo, 2-Karo... 9-Karo, 1-Herz, 2-Herz... 9-Herz, 1-Pik,... 9-Pik, 1-Kreuz...

- a) Betrachten Sie folgende Vorgehensweise. Wir machen zunächst 9 Häufchen und fügen jede Karte zu dem ihrem Wert entsprechenden Häufchen hinzu. Dann sammeln wir die Häufchen auf: zuerst das Einser-Häufchen, darüber das Zweier-Häufchen,

darüber das Dreier-Häufchen, und so weiter. Dann machen wir vier Häufchen, für jede Farbe eins. Wir gehen durch den Stapel von oben nach unten und fügen jede Karte zu dem ihrer Farbe entsprechenden Häufchen hinzu. Zum Schluss sammeln wir die Häufchen (wie zuvor durch Drauflegen) in der Reihenfolge Kreuz, Pik, Herz und Karo auf. Funktioniert dieses Verfahren? Begründen Sie Ihre Antwort.

- b) In a) bedeutet *zu einem Häufchen hinzufügen* oben auf das Häufchen legen. Wie müssten Sie das Verfahren abändern, wenn es unter das Häufchen legen bedeuten würde?

Lösung:

- a) Ja, das verfahren funktioniert! Zuerst wird nach Wert sortiert und so aufgesammelt, dass die Werte von groß nach klein (oben nach unten) auf dem Deck sortiert sind. Beim nächsten Sortieren nach Farbe werden die Häufchen so geformt, dass die Zahlen von klein nach groß sortiert sind. Mit dem richtigen Aufsammeln, haben wir die gewünschte Ordnung.
- b) Mehrere mögliche Lösungen. Hier zwei:
- Beim ersten Aufsammeln, zuerst das 9er-Häufchen, dann das 8-er usw nehmen.
 - Beim zweiten Häufchen bilden, die Karten mit der Vorderseite nach unten hinlegen, und beim Aufsammeln die Häufchen wenden.

Aufgabe 3 (5 Punkte) Gegeben ist eine Folge von einer Million Zahlen. Wir wollen feststellen, wie oft jede Zahl in der Folge vorkommt. Sie wissen, dass in der Folge nur die Zahlen Eins bis Fünf vorkommen. Sie wissen aber nicht, wie häufig die Zahlen sind. Wie würden sie vorgehen? Diskutieren Sie, wie der Arbeitsaufwand mit der Größe der Eingabemenge wächst. Wie verhält sich bei Ihrem Verfahren der Arbeitsaufwand, wenn man doppelt, oder vier mal so viele Zahlen verarbeiten möchte?

Lösung: Wir führen fünf Zähler die am Anfang auf Null gesetzt sind. Wir gehen durch die Folge Zahl-für-Zahl, und immer wenn eine Zahl vorkommt, erhöhen wir den bezüglichen Zähler um eins. Der Arbeitsaufwand wächst linear zur Größe der Eingabemenge. Wenn man doppelt so viele Zahlen hat, braucht man doppelt so lange; wenn man vier mal so viele Zahlen hat, dann vier mal so lange.

Aufgabe 4 (10 Punkte) (Häufchen in Pseudocode) In Pseudocode sagt man Listen statt Häufchen. Man kann eine leere Liste bereitstellen und Elemente vorne und hinten in eine Liste einfügen. Man kann Listen aneinanderfügen. Man kann eine Liste durchgehen und die Elemente der Liste nacheinander lesen.

- a) Sortieren Sie die Folge (0, 2, 1, 1, 2, 1, 0) nach folgendem Algorithmus. Beachten Sie hierzu die Einrückung der Instruktionen. Geben Sie die Zwischenresultate an.

```
stelle die leeren Listen L0, L1 und L2 bereit.  
für jedes Element e aus der Eingabe  
  füge e vorne in die Liste mit dem Index e ein
```

(also 0 in L0, 1 in L1, und 2 in L2).
füge L1 hinten an L0 an und nenne das Resultat L0.
füge L2 hinten an L0 an und nenne das Resultat L0.

- b) Wieviele Listenoperationen führt dieses Programm in Abhängigkeit von der Länge der Eingabe aus? Im Beispiel ist die Länge der Eingabefolge sieben.
- c) Formulieren Sie die Vorgehensweise von Aufgabe 2a als Pseudocode.

Lösung:

- a) Wir sammeln die Nullen in der Liste L_0 , Einser in L_1 und Zweier in der Liste L_2 auf. Wir bekommen also, $L_0 = (0, 0)$, $L_1 = (1, 1, 1)$ und $L_2 = (2, 2)$. Nach dem Zusammenfügen bekommen wir $L_0 = (00, 111)$ und $L_0 = (0, 0, 1, 1, 1, 2, 2)$.
- b) Wir haben am Anfang drei Operationen für das Bereitstellen der leeren Listen. Dann n Operationen für das Einfügen der n Elementen, und anschließend noch 2 Operationen für das zusammenfügen der drei Listen.
- c) Siehe unten.

stelle die leeren Listen L1, L2, L3, ... L9 bereit.
fuer jede Karte e aus der Eingabe mit Farbe f(e) und Wert w(e),
 fuege e vorne in die Liste mit Index w(e) ein.
fuege L2 vorne an L1 an, und nenne das Ergebnis L1.
fuege L3 vorne an L1 an, und nenne das Ergebnis L1.
...
fuege L9 vorne an L1 an, und nenne das Ergebnis L1.
stelle die leeren Listen LKreuz, LPik, LHerz und LKaro bereit.
fuer jede Karte e aus L1 (von vorne nach hinten)
 fuege e vorne in die Liste mit dem Index f(e) ein.
fuege LPik vorne an LKreuz an und nenne das Ergebnis LKreuz.
fuege LHerz vorne an LKreuz an und nenne das Ergebnis LKreuz.
fuege LKaro vorne an LKreuz an und nenne das Ergebnis LKreuz.

Suchen und Sortieren war spannend okay langweilig
 schwierig okay einfach