Ideen und Konzepte der Informatik
Versteigerungen und verteiltes Entscheiden

Antonios Antoniadis

(basiert auf Folien von Kurt Mehlhorn)

29. Jan. 2018

Homo Oeconomicus

- *Die Wirtschaftswissenschaften modellieren Marktteilnehmer als rational und nutzenmaximierend.*
- In der *Spieltheorie (game theory)* wird rationales nutzenmaximierendes Verhalten systematisch studiert.
- Statt nutzenmaximierend sagt man oft *eigennützig (selfish)*.
- Eigennützig ist ein stark negativ belegtes Wort, nutzenmaximierend ist weit weniger negativ belegt.
- rational und nutzenmaximierend = Marktteilnehmer (oft Agent oder Spieler genannt) wägt die Alternativen rational ab und wählt die für ihn beste Alternative,
- *aber* beschränktes Wissen über Alternativen und eigene Präferenzen und beschränkte Rechenkapazität.

Algorithmische Spieltheorie

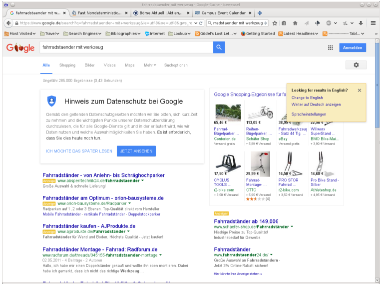
- Frühe Informatiksysteme (bis 1990) wurden für Teams von kooperierenden Nutzern entworfen.
- Heute müssen Systeme auch unter den Gesichtspunkten entworfen werden, dass
  - Nutzer anderen Nutzern bewusst schaden wollen (Vorlesung Kryptographie, Sicherheit, Privatheit) oder
  - Nutzer ihr Eigeninteresse verfolgen (heutige Vorlesung).
- heutige Themen: Internetauktionen (eBay, AdAuctions, AdExchanges), Wettbewerb um Bandbreiten, Autos im Verkehr, Flugpreise und Flugtickets, Preisbildung in Märkten.

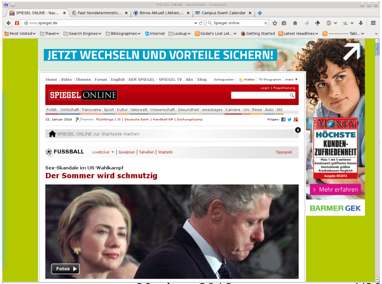
Zentrale Fragen

- Gewinnstrategien: Wie verhalte ich mich am besten, um mein Ziel zu erreichen?
- Welche Art von Zuständen stellt sich ein? Periodisches Verhalten, Chaotisches Verhalten, Gleichgewicht?
- Wie weit können Gleichgewichte vom dem gesamtgesellschaftlichen Optimum (soziales Optimum) abweichen, das man durch globale Steuerung erreichen könnte? Begriffsbildung: Preis der Anarchie (Price of Anarchy).
- Kann man Spielregeln aufstellen, die sicherstellen, dass sich trotz des Eigennutzes der Marktteilnehmer ein Gleichgewicht einstellt, das nahe am sozialen Optimum ist (mechanism design)?
- Wie schwer ist es Spielregeln zu analysieren? Wie schwer ist es Gleichgewichte auszurechnen?

Versteigerungen

- In einer Auktion wird der Käufer eines Guts ermittelt. Ziel des Auktionators ist die Maximierung seiner Einnahmen.
- früher: Sotheby, Auftragserteilung in der Wirtschaft
- heute auch:
  - eBay
  - Ad Auctions bei Suchmaschinen und sozialen Netzwerken
  - Ad Exchanges in Online Medien





Versteigerung der Mobilfunk-Lizenzen in 2000

Geniale Regeln: 12 Frequenzblöcke wurden versteigert. Ein Teilnehmer musste zwei oder drei Frequenzblöcke ersteigern. Die Anzahl der Gewinner würde also zwischen vier und sechs liegen. Es gab 7 Bieter. Solange noch Interesse an mehr als 12 Blöcken bestand, wurde der Preis pro Block um 250 Mio Euro pro Tag erhöht.

Die Versteigerung fand zwischen dem 31. Juli und dem 18. August 2000 statt. Erlöst wurden insgesamt etwa 50,8 Milliarden Euro (630 Euro/Person).

Am 12. August 2000 (Gesamtpreis 32,2 Milliarden Euro) reduzierte sich die Anzahl der Bieter. Einige Bieter boten weiter auf drei Blöcke, um die Anzahl der Lizenznehmer zu reduzieren. Erst am 18. August beschränkten sich alle 6 Auktionsteilnehmer auf jeweils zwei Frequenzblöcke.

Vickrey Auktion (Second Price Auction)

Regeln der Vickrey Versteigerung

Jeder Bieter gibt ein Gebot ab.

Der Höchstbietende gewinnt und bezahlt das zweithöchste Gebot.

Wird das Höchstgebot mehrmals abgegeben, so entscheidet das Los.

Frage: Welches Gebot soll man abgeben?

Dazu müssen wir den Begriff Nutzen präzisieren.

Beobachtung: Ob man gewinnt, hängt vom eigenen Gebot ab. Was man zahlt, wenn man gewinnt, hängt nicht vom eigenen Gebot ab.

eBay, Sotheby: Ähnliche Preisregel, aber wiederholte Gebote.

Optimales Verhalten?

Annahme: Jede Teilnehmerin weiß genau, welchen Wert in Euro das Gut für sie hat.

Was ist der Nutzen für die Teilnehmerin A am Ende der Auktion?

$$\text{Nutzen für } A = \begin{cases} 0 & \text{falls } A \text{ verliert} \\ \text{Wert für } A - \text{Preis, den } A \text{ bezahlt} & \text{falls } A \text{ gewinnt} \end{cases}$$

Falls A verliert, ist ihr Nutzen Null, da sie nichts bekommt und nichts bezahlt. Falls A gewinnt, ist der Nutzen die Differenz von Wert und Preis. (ignoriert Kosten der Teilnahme)

Präzisierung der Frage

Welches Gebot soll sie abgeben, um ihren Nutzen zu maximieren?

Gedankenexperiment

Sei b_{max} das maximale Gebot der anderen Agenten. A kennt b_{max} nicht.
Sei W der Wert des Gutes für A. Den kennt A.

Gedankenexperiment

Sei b_{max} das maximale Gebot der anderen Agenten. A kennt b_{max} nicht.
Sei W der Wert des Gutes für A. Den kennt A.

$b_{max} > W$

Falls A gewinnt, ist ihr Nutzen negativ, weil sie b_{max} bezahlen muss. Das stimmt für jeden Wert von $b_{max} > W$.

Also sollte A nicht höher bieten als W.

Gedankenexperiment

Sei b_{max} das maximale Gebot der anderen Agenten. A kennt b_{max} nicht.
Sei W der Wert des Gutes für A. Den kennt A.

$b_{max} > W$

Falls A gewinnt, ist ihr Nutzen negativ, weil sie b_{max} bezahlen muss. Das stimmt für jeden Wert von $b_{max} > W$.
Also sollte A nicht höher bieten als W.

$b_{max} \leq W$

Wenn A verliert, ist ihr Nutzen 0. Wenn A gewinnt, ist ihr Nutzen $W - b_{max}$. Das ist nichtnegativ (und im Allgemeinen positiv).
A maximiert ihre Gewinnaussichten, wenn sie W bietet.

Gedankenexperiment

Sei b_{max} das maximale Gebot der anderen Agenten. A kennt b_{max} nicht.
Sei W der Wert des Gutes für A. Den kennt A.

$b_{max} > W$

Falls A gewinnt, ist ihr Nutzen negativ, weil sie b_{max} bezahlen muss. Das stimmt für jeden Wert von $b_{max} > W$.

Also sollte A nicht höher bieten als W.

$b_{max} \leq W$

Wenn A verliert, ist ihr Nutzen 0. Wenn A gewinnt, ist ihr Nutzen $W - b_{max}$. Das ist nichtnegativ (und im Allgemeinen positiv).

A maximiert ihre Gewinnaussichten, wenn sie W bietet.

Nutzenmaximierendes Verhalten bei Vickrey Auktions =

Biete den (subjektiven) Wert des Objekts.

Alternative Analyse

Satz

Sei W der Wert des Objekts für den Teilnehmer A und sei N_W der Nutzen für A, wenn sie das Gebot W abgibt. Sei N_G der Nutzen für A, wenn sie das Gebot G abgibt. Dann ist $N_W \geq N_G$.

- Sei b_{max} das maximale Gebot der anderen Agenten.
- Falls der Ausgang für A mit beiden Geboten gleich ist, dann ist auch der Nutzen gleich. Also $N_W \geq N_G$.
- Falls A mit Gebot W gewinnt und mit Gebot G verliert, dann ist $W \geq b_{max} \geq G$ und daher

$$N_W = W - b_{max} \geq 0 = N_G.$$

- Falls A mit Gebot W verliert und mit Gebot G gewinnt, dann ist $W \leq b_{max} \leq G$ und daher

$$N_W = 0 \geq W - b_{max} = N_G.$$

Mechanismusentwurf

Die Vickrey Auction ist ein Beispiel für den Entwurf von Spielregeln, so dass wahrheitsgemäßes Verhalten (truthfulness) der Marktteilnehmer für jeden Marktteilnehmer optimal ist. Es gibt keinen Grund, sich strategisch zu verhalten.

Dagegen: Deutsches Wahlsystem (fünf Prozent Hürde) verleitet zu strategischem Verhalten.

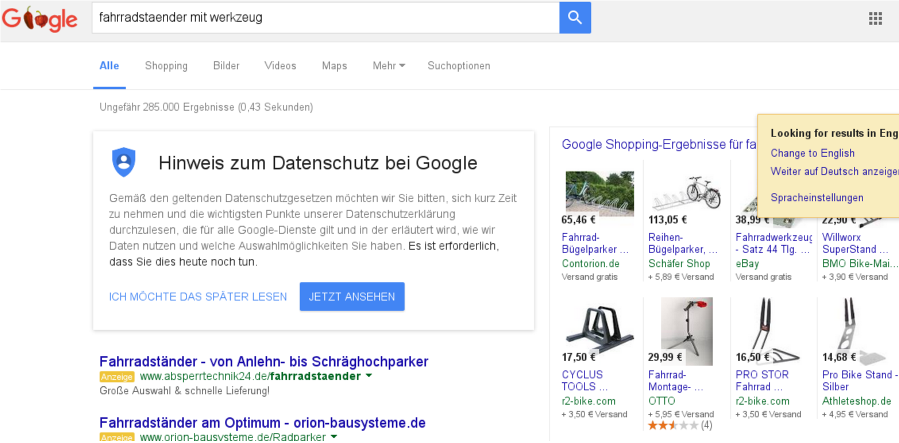
Das Aufstellen von Gesetzen (Regeln) ist Mechanismusentwurf.

Was bedeutet das für Ihr Verhalten bei eBay Auktionen?

- Persönlich biete ich truthful, aber
- Objekte gibt es oft mehrmals und fester Endzeitpunkt der Auktion. Es kann sich lohnen, wiederholt zu bieten und erst gegen Ende der Auktion (aber zusätzlicher Aufwand).

Ad Auctions (Google, Facebook, . . .)

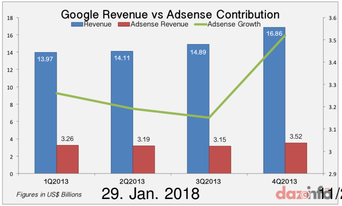
Wie entscheidet Google, welche Anzeigen gezeigt werden?



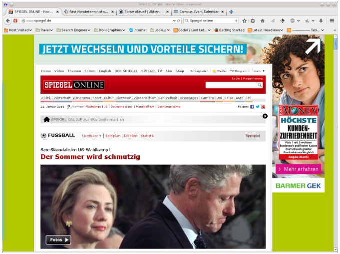
Ad Auctions (Google, Facebook, . . .)

- Kunden bieten auf Schlagworte, z.B. Fahrradständer. Geben dafür ein Gebot ab.
- Angebote werden geordnet nach Gebot · ClickThroughRate.
- ClickThroughRate = Wahrscheinlichkeit, dass Anzeige angeklickt wird (Erfahrungswert).
- Das höchst eingeordnete Angebot gewinnt.
- Falls auf die Anzeige geklickt wird, wird das zweithöchste Gebot fällig.
- Das ist die Regel für den prominentesten Platz. Für die anderen Plätze etwas komplexer.

Gebote gehen durchaus bis 10 EUR für Schlagworte wie Krankenversicherung, Behandlungsfehler.



Ad Exchanges



- Ich rufe Spiegel Online auf.
- Spiegel Online schickt eine Nachricht an eine Ad Exchange (Börse für Plazierung von Werbung):
  - Wo würde Werbung platziert werden?
  - Kurzbeschreibung des Besuchers

- Kunden der Ad Exchange, z.B. Feinschmeckerladen XX in SB, haben Angebote abgeben: gutes Einkommen, SB, Feinschmecker: 5 Euro für Click.
- Zwischen den einschlägigen Kunden findet eine Auktion statt: Im Zeitraum zwischen meiner Anfrage und Anzeigen der Webseite.

Verteiltes Entscheiden und Gleichgewichte

Straßenverkehr

Jeder Fahrer wählt seine Route selbst. Es gibt keine Absprache zwischen den Fahrern.

Die Fahrzeit über eine Straße hängt von der Verkehrsdichte ab. Konkret: Für jede Straße gibt es Konstanten $a \geq 0$ und $b \geq 0$ mit

$$\text{Fahrzeit} = (a + b \cdot \text{Anzahl der Autos}) \text{ Minuten}$$

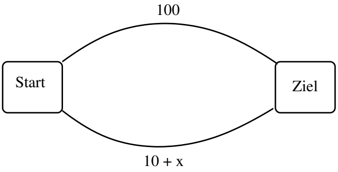
Globales/Soziales Optimum = minimale Gesamtfahrzeit aller Fahrer.

Eine allwissende Einheit kann optimale Strecken bestimmen.

Welcher Zustand stellt sich ein, wenn jeder Fahrer seine Route selbst bestimmt?

Immer der Gleiche? Ist er in der Nähe des sozialen Optimums?

Globales Optimum versus Nash Gleichgewicht



100 Fahrer wollen von Start nach Ziel.

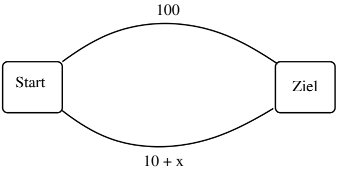
Globales Optimum

Wenn x Fahrer unten herum fahren, dann ist die Gesamtfahrzeit

$$F = x \cdot (10 + x) + (100 - x) \cdot 100 = 10000 - 90x + x^2.$$

Die Ableitung ist 0 für $x = 45$. Dann ist die Gesamtfahrzeit 7975.

Globales Optimum versus Nash Gleichgewicht



100 Fahrer wollen von Start nach Ziel.

Globales Optimum

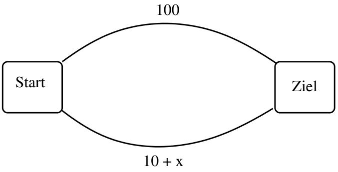
Wenn x Fahrer unten herum fahren, dann ist die Gesamtfahrzeit

$$F = x \cdot (10 + x) + (100 - x) \cdot 100 = 10000 - 90x + x^2.$$

Die Ableitung ist 0 für $x = 45$. Dann ist die Gesamtfahrzeit 7975.

Aber Fahrer, die unten rum fahren, brauchen 55 Minuten, Fahrer, die oben rum fahren, brauchen 100 Minuten. Die Fahrer, die oben rum fahren sollen, werden daher diese Lösung nicht aktzeptieren, sondern nach unten wechseln bis

Globales Optimum versus Nash Gleichgewicht



100 Fahrer wollen von Start nach Ziel.

Globales Optimum

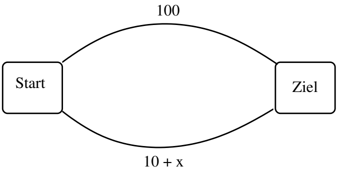
Wenn x Fahrer unten herum fahren, dann ist die Gesamtfahrzeit

$$F = x \cdot (10 + x) + (100 - x) \cdot 100 = 10000 - 90x + x^2.$$

Die Ableitung ist 0 für $x = 45$. Dann ist die Gesamtfahrzeit 7975.

Aber Fahrer, die unten rum fahren, brauchen 55 Minuten, Fahrer, die oben rum fahren, brauchen 100 Minuten. Die Fahrer, die oben rum fahren sollen, werden daher diese Lösung nicht aktzeptieren, sondern nach unten wechseln bis Fahrzeit oben und unten gleich ist.

Globales Optimum versus Nash Gleichgewicht



100 Fahrer wollen von Start nach Ziel.

Globales Optimum

Wenn x Fahrer unten herum fahren, dann ist die Gesamtfahrzeit

$$F = x \cdot (10 + x) + (100 - x) \cdot 100 = 10000 - 90x + x^2.$$

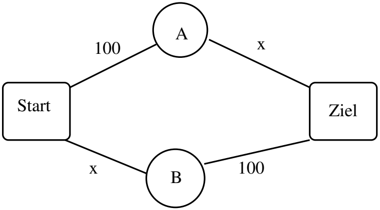
Die Ableitung ist 0 für $x = 45$. Dann ist die Gesamtfahrzeit 7975.

Nash Gleichgewicht

Die Fahrzeit oben und unten ist gleich, wenn 90 Fahrer unten fahren. Dann ist die Gesamtfahrzeit 10000.

Nash Gleichgewicht: Keiner kann sich verbessern, wenn er und nur er abweicht.

Beispiel von Braess



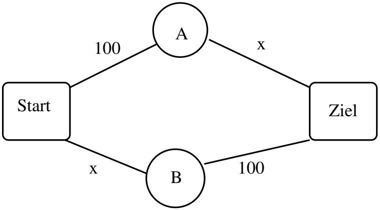
- 100 Autos wollen von Start nach Ziel. Fahrzeiten sind:
- (Start nach A) und (B nach Ziel): 100 Minuten
- (Start nach B) und (A nach Ziel): x Minuten, falls x Autos fahren

Globales Optimum

50 Autos fahren über A, 50 Autos fahren über B. Jeder hat eine Fahrzeit von 150 Minuten. Gesamtfahrzeit = 15000 Minuten.

Das ist optimal. Bei Verteilung n und $100 - n$ ist die Gesamtfahrzeit $n \cdot (100 + n) + (100 - n) \cdot (100 + 100 - n) = 15000 + 2 \cdot (n - 50)^2$.

Beispiel von Braess



- 100 Autos wollen von Start nach Ziel. Fahrzeiten sind:
- (Start nach A) und (B nach Ziel): 100 Minuten
- (Start nach B) und (A nach Ziel): x Minuten, falls x Autos fahren

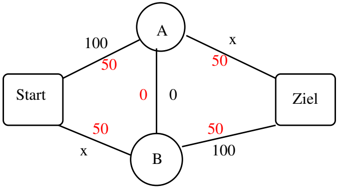
Globales Optimum

50 Autos fahren über A, 50 Autos fahren über B. Jeder hat eine Fahrzeit von 150 Minuten. Gesamtfahrzeit = 15000 Minuten.

Das ist optimal. Bei Verteilung n und $100 - n$ ist die Gesamtfahrzeit $n \cdot (100 + n) + (100 - n) \cdot (100 + 100 - n) = 15000 + 2 \cdot (n - 50)^2$.

Stellt sich automatisch ein!!!!

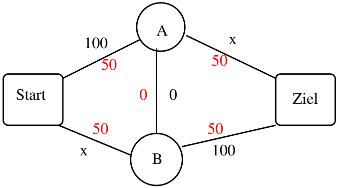
Nun wird eine Straße mit Fahrzeit 0 zwischen B und A gebaut.



Was passiert?

- Natürlich kann es nicht schlechter werden. Es gibt schließlich die alten Möglichkeiten immer noch.

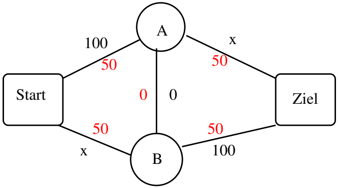
Nun wird eine Straße mit Fahrzeit 0 zwischen B und A gebaut.



Was passiert?

- Natürlich kann es nicht schlechter werden. Es gibt schließlich die alten Möglichkeiten immer noch.
- Was ist es?

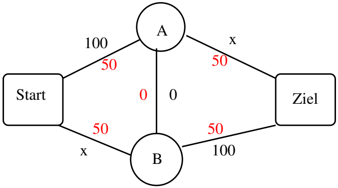
Nun wird eine Straße mit Fahrzeit 0 zwischen B und A gebaut.



Was passiert?

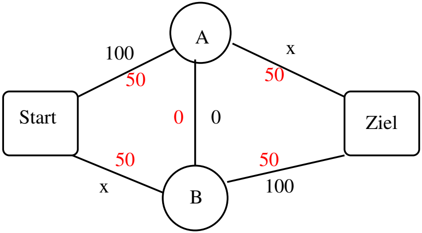
- Natürlich kann es nicht schlechter werden. Es gibt schließlich die alten Möglichkeiten immer noch.
- Was ist es?
- es = soziales Optimum: Dann stimmt die Argumentation.

Nun wird eine Straße mit Fahrzeit 0 zwischen B und A gebaut.



Was passiert?

- Natürlich kann es nicht schlechter werden. Es gibt schließlich die alten Möglichkeiten immer noch.
- Was ist **es**?
- es = soziales Optimum: Dann stimmt die Argumentation.
- es = Der Zustand, der sich einstellt, wenn jeder seinen Nutzen maximiert. Dann ist die Argumentation falsch.



- 100 Autos wollen von Start nach Ziel
- rot: Anzahl der Nutzer, 50 oben, 50 unten.
- Es gibt jetzt effektiv zwei Straßen von Start nach A und von B nach Ziel.

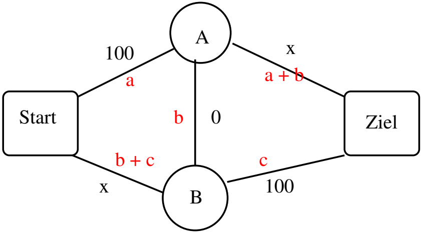
Überlegung eines Fahrers, der Start - B - Ziel fährt

Wenn ich Start - B - A - Ziel fahre, brauche ich nur 101 Minuten statt 150.

Überlegung eines Fahrers, der Start - A - Ziel fährt

Wenn ich Start - B - A - Ziel fahre, brauche ich nur 101 Minuten statt 150.

Einige werden wechseln.



- a fahren Start - A - Ziel, b fahren Start - B - A - Ziel, c fahren Start - B - Ziel.
- $a + b + c = 100$

Fahrzeiten

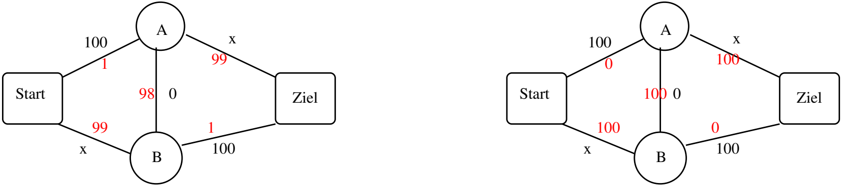
Solange $a \geq 2$ und damit $b + c \leq 98$, werden Start - A Fahrer zu Start - B - A wechseln

Solange $c \geq 2$ und damit $a + b \leq 98$, werden B - Ziel Fahrer zu B - A - Ziel wechseln.

Solange $a \geq 1$ und damit $b + c \leq 99$, schadet Wechsel von Start - A Fahrer zu Start - B - A nicht.

Solange $c \geq 1$ und damit $a + b \leq 99$, schadet Wechsel von B - Ziel Fahrer zu B - A - Ziel nicht.

Gleichgewichte



- Es stellt sich eins der obigen Gleichgewichte ein.
- Nash Gleichgewicht = kein Fahrer profitiert, wenn er abweicht und alle anderen bei ihren Entscheidungen bleiben;
- Die Gesamtkosten sind (im Wesentlichen) $100 \cdot 200 = 20000$.
- Das ist 4/3 mal das soziale Optimum, also deutlich teurer.
- Nash zeigte, dass Gleichgewichte unter recht allgemeinen Voraussetzungen existieren. Es ist aber oft schwer, sie zu finden.

Beispiele in der Realität (aus Wikipedia-Artikel über Braess Paradox)

- Verkehrsfluss und Fahrzeiten in Seoul wurden verbessert, nachdem eine vierspurige Autobahn abgerissen wurde.
- In 1969 führte in Stuttgart die Eröffnung einer neuen Straße dazu, dass sich der Verkehrsfluss verschlechterte.
- Eine Sperrung der 42. Straße in New York sorgte für weniger Staus in der Umgebung (1990).
- Auch bei Elektronen in einem nanoskopischen Netzwerk, kann das Einführen eines neuen Pfades die Leitfähigkeit reduzieren.

Verkehr: Lokale Optimierung führt zu einem Nashgleichgewicht

Wenn der augenblickliche Verkehrsfluss kein Nashgleichgewicht ist, dann gibt es mindestens einen Fahrer, der sich verbessern kann. Wir wählen einen (!!!) dieser Fahrer und er optimiert sein Verhalten (Best Response des Fahrers)
Für diesen Fahrer hat sich die Situation dadurch verbessert, für andere aber unter Umständen verschlechtert, da auf der neuen Route des Fahrers der Verkehr gewachsen ist. Es ist also keineswegs klar, dass sich jemals ein stabiler Zustand ergibt.

Theorem

Bei Verkehrsflüssen führt wiederholte Best Response eines einzelnen Fahrers zu einem Nashgleichgewicht.

Diskussion

Theorem

Bei Verkehrsflüssen führt wiederholte Best Response eines einzelnen Fahrers zu einem Nashgleichgewicht.

- Es gibt auch Systeme, bei denen sich kein Gleichgewicht einstellt, sondern zyklisches Verhalten.
  Schweinezyklus: Preis und Produktion von Ferkeln
- Das gilt auch für Verkehrsflüsse, falls mehr als ein Fahrer seine Wahl ändern kann.
- Es ist schwierig zu entscheiden, ob sich ein Gleichgewicht automatisch einstellt.
  Existenz von Gleichgewichtspreisen

Preis der Anarchie

Theorem

Sei f ein Nashgleichgewicht und sei f^* der Verkehrsfluss geringster Gesamtkosten. Dann gilt:

$$\textit{Gesamtkosten des Nash-Flusses } f \leq \frac{4}{3} \cdot \textit{Kosten von } f^*.$$

Braess ist Extrembeispiel.

- Bei Verkehrsflüssen weiß man also genau, mit welchen sozialen Kosten freie Einzelentscheidungen verbunden sein können.
- Es gibt Systeme, wo dieser Faktor viel größer ist.
- Falls man den Faktor 4/3 drücken will, muss man Regeln einführen (Ampeln, Geschwindigkeitsbeschränkungen, Nutzungsgebühren), um die freien Entscheidungen zu lenken.

Zusammenfassung

- Systeme von nutzenmaximierenden Agenten: Verkehrsflüsse, Auktionen, ... auch für Informatik immer wichtiger
- Nash Gleichgewichte existieren unter sehr allgemeinen Bedingungen.
- Lösungsqualität von Gleichgewichten kann weit vom Optimum entfernt sein (Preis der Anarchie).
- Durch Ändern der Regeln kann man Gleichgewichte beeinflussen, etwa Vickrey Auktionen oder Steuerung von Verkehrsflüssen durch Ampeln, Geschwindigkeitsbeschränkungen, Nutzungsgebühren.
- Bei manchen Systemen (Verkehrsflüsse) stellen sich Gleichgewichte automatisch ein.