Maschinelles Lernen: Neuronale Netze

Ideen der Informatik

Kurt Mehlhorn

max planck institut informatik

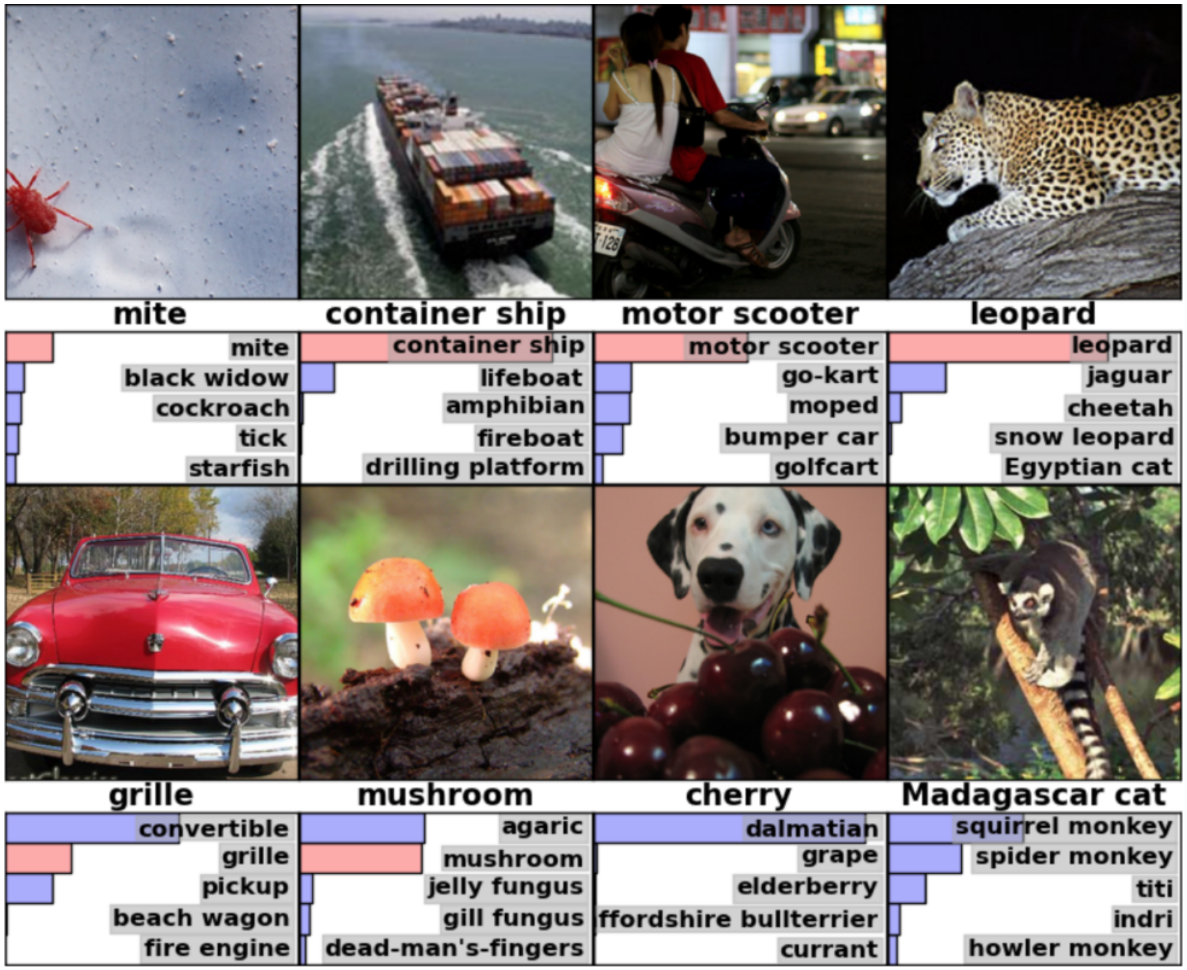
SIC Saarland Informatics Campus

16. Januar 2014, überarbeitet am 20. Januar 2017

Übersicht

- Stand der Kunst: Bilderverstehen, Go spielen
- Was ist ein Bild in Rohform?
- Biologische Inspiration: das menschliche Sehsystem
- Künstliche Neuronale Netze
  - Künstliche Neuronen,
  - Neuronale Netze
  - Realisierung von Und, Oder und Negation
- Trainieren von Neuronalen Netzwerken
  - Prinzip
  - Buchstaben: Stand der Kunst in 1986
- Bilderkennung heute (Deep Convolutional Networks)
- Deep Neural Networks erleben einen Boom (240 Mio Google Hits), auch Spracherkennung, Spiele lernen, usw.
- Schwächen und Gefahren

Stand der Kunst: Klassifikation (Krizhevsky et al, 2012).



Training: 1.2 Mio Bilder, eingeteilt in 1000 Klassen.

Klassifikation: neue Bilder. System soll sagen, zu welcher Klasse das Bild gehört.

Stand der Kunst: Suche (Krizhevsky et al, 2012), 1.2 Mio Bilder, 1000 Klassen

Frage = erste Spalte (neues Bild), Antworten = andere Spalten (aus Trainingsmenge)

AlphaGo

- schlägt Weltranglistenersten 3:0
- trainiert durch Spiele gegen sich selbst
  - Anfangswissen = Regeln von Go
  - nach 40 Tagen Weltmeisterniveau
- hat Muster und Spielzüge gefunden, die Menschen bisher verborgen blieben

Was ist ein Bild?

- Eine Matrix von Pixeln, z.B.

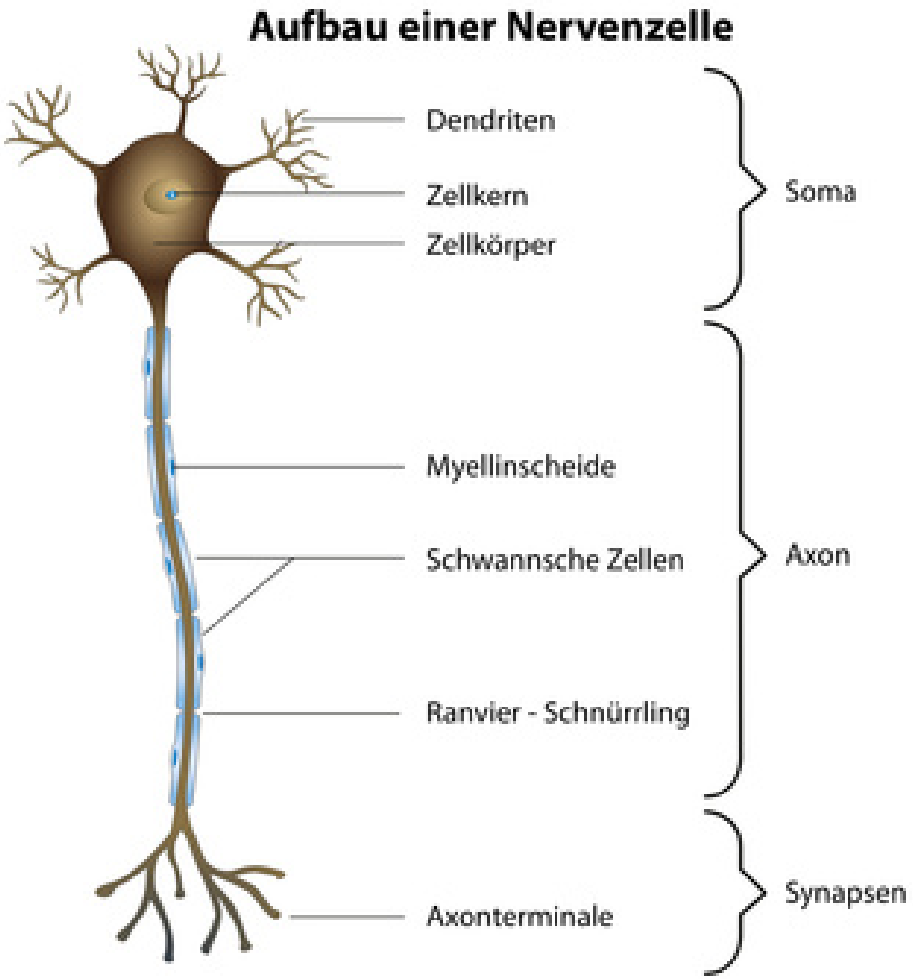
  1920 x 1080 Pixel bei HD-TV.

- Für jedes Pixel die Sättigung in den drei Grundfarben:

  rot, grün, blau $\in \{ 0, \ldots, 2^{16} - 1 \}$.

- Pixel sind so klein, dass das menschliche Auge sie nicht auflösen kann.

Biologische Inspiration I



Axonterminale = Out-put

Dendriten = Input

Zelle feuert, wenn Gesamterregung einen Schwellwert übersteigt

Inputs können auch hemmend sein.

Biologische Inspiration II

Visueller Kortex ist schichtenweise aufgebaut; 6 Schichten.

Neuronen der ersten Schicht bekommen Input von einem kleinen Feld von Sehzellen, Neuronen höherer Schichten von einem kleinen Feld der davorliegenden Schicht.

One-Learning Algorithm Hypothese, Mausexperiment

Künstliches Neuron

- Neuron hat k eingehende Kanten.
- Eingabewerte x_1 bis x_k in 0 bis 1.
- $k + 1$ Gewichte (Parameter)

$$w_0, w_1, \ldots, w_k.$$

- w_0 heißt Grundgewicht (Bias); w_i ist die Wichtung von x_i.
- Ausgabe $= g(w_0 + w_1 x_1 + \ldots w_k x_k)$.
- $g =$ Sigmoid Funktion.
- Sigmoid Funktion ist differenzierbare Approximation einer Stufe von 0 nach 1 an der Stelle 0.

Sigmoid Funktion

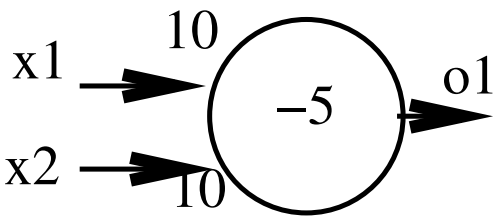
$$g(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

- $g(0) = 1/2$.
- $g(1) = 0.73$
- $g(4) = 0.95$, $g(10) = 0.99995$
- symmetrisch zu $(0, 1/2)$.
- differenzierbare Approximation einer Stufe von 0 nach 1 an der Stelle 0.
- wenn man e^{-z} durch e^{-10z} ersetzt, wird Flanke steiler.

$$g(z) + g(-z) = 1$$

$$g'(z) = \frac{e^{-z}}{(1+e^{-z})^2} = g(z)(1 - g(z))$$

Realisierung von Oder und ...

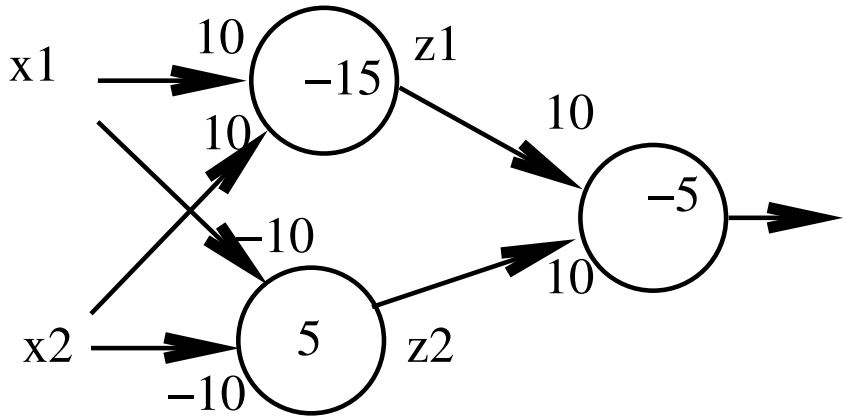


$$o_1 = g(-5 + 10x_1 + 10x_2) \approx x_1 \vee x_2$$
$$o_2 = g(15 + 10x_1 - 10x_2) \approx$$

x_1	x_2	$o_1 =$	$o_1 \approx$	$o_2 =$	$o_2 \approx$
0	0	$g(-5)$	0		
0	1				
1	0				
1	1				

Komplexeres Beispiel

Welche Boolesche Funktion wird durch dieses Neuronale Netz berechnet?

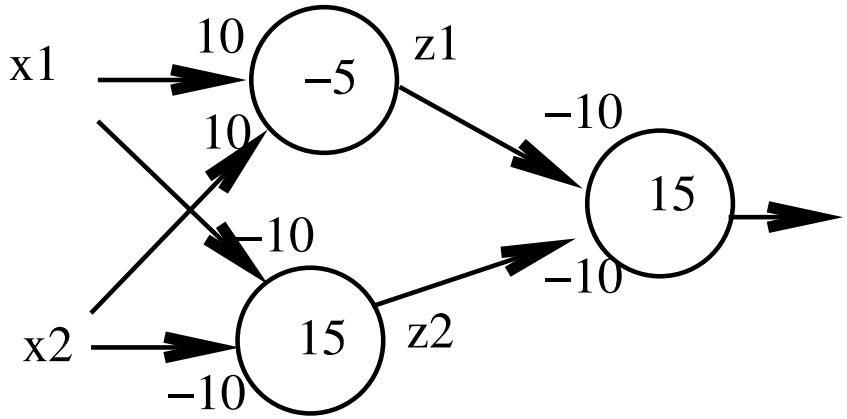


x_1	x_2	$z_1 =$	$z_1 \approx$	$z_2 =$	$z_2 \approx$	$o =$	$o \approx$
0	0	$g(-15)$	0				
0	1						
1	0						
1	1						

$$o = g(-5 + 10 \cdot g(-15 + 10x_1 + 10x_2) + 10 \cdot g(5 - 10x_1 - 10x_2))$$

Aufgabe

Welche Boolesche Funktion wird durch dieses Neuronale Netz berechnet?



x_1	x_2	$z_1 =$	$z_1 \approx$	$z_2 =$	$z_2 \approx$	$o =$	$o \approx$
0	0	$g(-5)$	0				
0	1						
1	0						
1	1						

Training (Rummelhart/Hinton 86)

Bisher: Wir haben bestimmt, welche Funktion durch ein Netz mit gegebenen Parameterwerten ausgerechnet wird.

Nun: Wir möchten, dass das Netz eine bestimmte Funktion realisiert. Wie müssen wir die Parameter einstellen?

Training (Rummelhart/Hinton 86)

Bisher: Wir haben bestimmt, welche Funktion durch ein Netz mit gegebenen Parameterwerten ausgerechnet wird.

Nun: Wir möchten, dass das Netz eine bestimmte Funktion realisiert. Wie müssen wir die Parameter einstellen?

Im Prinzip ist das möglich.

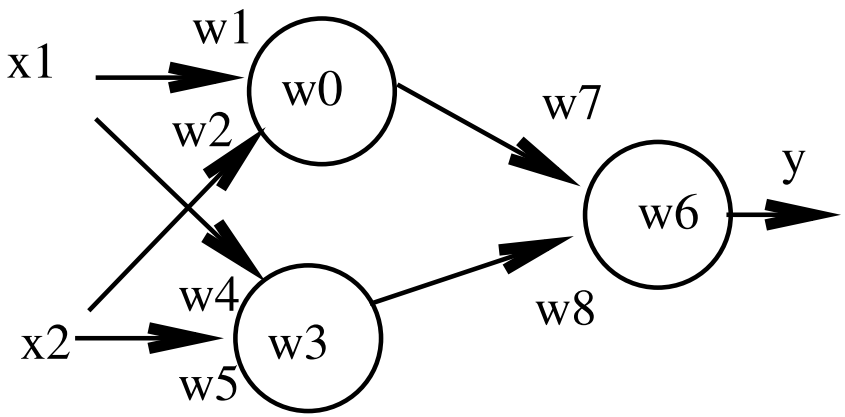
Wenn man das Netz nur groß genug macht, dann kann man jede Funktion f mit n Eingängen in $[0, 1]$ und einem Ausgang in $[0, 1]$ beliebig gut approximieren.

Das ist zunächst eine Existenzaussage. Es sagt noch nicht, ob es einen effizienten Algorithmus gibt, die Gewichte zu finden.

Training (Rummelhart/Hinton 86)

Bisher: Wir haben bestimmt, welche Funktion durch ein Netz mit gegebenen Parameterwerten ausgerechnet wird.

Nun: Wir möchten, dass das Netz eine bestimmte Funktion realisiert. Wie müssen wir die Parameter einstellen?

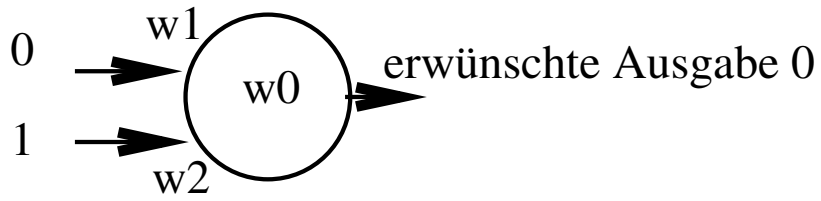


x_1	x_2	y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$y = h_w(x) = g(w_6 + w_7 \cdot g(w_0 + w_1 x_1 + w_2 x_2) + w_8 \cdot g(w_3 + w_4 x_1 + w_5 x_2))$$

Aufgabe: finde w_0 bis w_8, so dass die durch die Tabelle gegebene Funktion berechnet wird.
Man sagt: Das Netz wird trainiert. Das Netz lernt.

Intuition für Trainingsschritt



Parameterwerte: $w_0 = 0.2$, $w_1 = 0.1$ und $w_2 = -0.2$.

Trainingsbeispiel: an Eingabe $(0, 1)$ soll die Ausgabe 0 sein. Im allgemeinen gibt es viele Trainingsbeispiele.

Das Netz gibt aus:

$$h_w(0, 1) = g(0.2 + 0.1 \cdot 0 - 0.2 \cdot 1) = g(0) = 1/2.$$

Um den Fehler zu reduzieren, sollten wir $h_w(0, 1)$ verringern. Dazu müssen wir

$$z = w_0 + 0 \cdot w_1 + 1 \cdot w_2$$

verringern. Also w_0 und w_2 etwas verringern und w_1 gleich lassen.

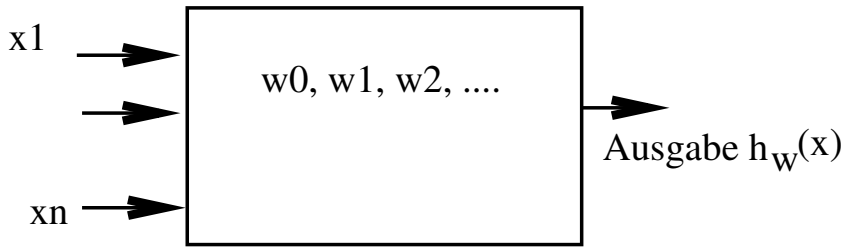
Training II

Jedes Trainingsbeispiel (für ein Netz mit n Eingaben und einem Ausgang) besteht aus einem Eingabevektor $x = (x_1, \ldots, x_n)$ und einer Ausgabe y.

Wir haben N Trainingsbeispiele $(x^{(1)}, y_1), \ldots, (x^{(N)}, y_N)$.

w = Vektor aller Parameter (alle w_i's).

$h_w(x)$ = Ausgabe (Hypothese) des Netzes mit Parametersatz w bei Eingabe $x = (x_1, \ldots, x_n)$



Training soll Parametersatz w finden, so dass Hypothesen des Netzes und korrekte Ausgaben möglichst gut übereinstimmen.

Was heißt gut übereinstimmen?
Wie findet man Parametersatz?

Training III

Fehler am Trainingsbeispiel (x, y): $(y - h_w(x))^2$

Gesamtfehler E = Summe der Einzelfehler über alle Trainingsbeispiele

$$E = E(w) = \sum_{i=1}^{N} \left(y_i - h_w(x^{(i)}) \right)^2 .$$

Beachte: Der Gesamtfehler ist eine Funktion der Parameter w.

Die Paare $(x^{(i)}, y_i)$, $1 \leq i \leq N$, sind die Trainingsbeispiele. Sie sind gegeben und fest.

Präzisierung des Ziels des Trainings: Bestimme einen Parametersatz, der den Gesamtfehler minimiert.

Training IV

Gesamtfehler E = Summe der Einzelfehler über alle Trainingsbeispiele

$$E = E(w) = \sum_{i=1}^{N} \left(y_i - h_w(x^{(i)}) \right)^2 .$$

Beachte: Der Gesamtfehler ist eine Funktion der Parameter w.

Wir fragen uns für jeden der Parameter w_i: Was passiert mit dem Fehler, wenn wir w_i geringfügig ändern? Geht er hoch oder nimmt er ab?

Dann ändern wir w_i geringfügig, so dass der Gesamtfehler kleiner wird.

Das machen wir solange, bis wir zufrieden sind.

Newton Iteration zum Finden des Minimums von $E(w)$.

- wähle eine Anfangslösung w und eine kleine Schrittweite h.
- iteriere:
  - bestimme den Gradienten (= Vektor der partiellen Abteilungen)

$$\nabla E(w) = \begin{pmatrix} \frac{\partial E(w)}{\partial w_0} \\ \dots \\ \frac{\partial E(w)}{\partial w_k} \end{pmatrix}$$

  - mache einen Schritt in Richtung des (negativen) Gradienten

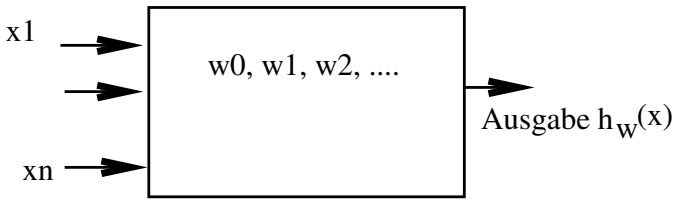
$$w^{neu} = w^{alt} - h \cdot \nabla E(w^{alt})$$

bis sich der Funktionswert kaum mehr ändert.

Der Trainingsalgorithmus (Back Propagation)

1) Initialisiere die Parameter mit kleinen zufälligen Werten

2) Solange nicht zufrieden, d.h. Gesamtfehler E zu groß:



$$E = E(w) = \sum_{i=1}^{N} (y_i - h_w(x^{(i)})^2$$

Mache einen kleinen Schritt in Richtung des negativen Gradienten, d.h.,
falls w der augenblickliche Wert des Parametersatzes ist, dann sind die neuen Werte

$$w_i^{(neu)} = w_i - h\frac{\partial E(w)}{\partial w_i} \qquad w^{(neu)} = w - h \cdot \nabla E(w).$$

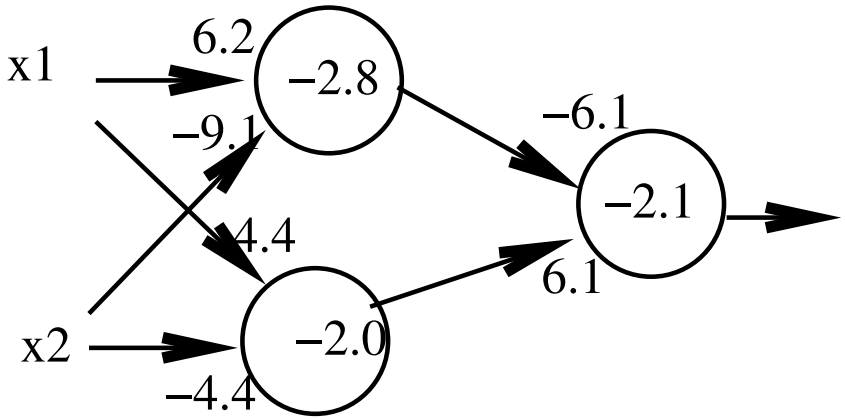
Bemerkung: es gibt einen einfachen Alg, um alle partiellen Ableitungen zu bestimmen (siehe Übungen).

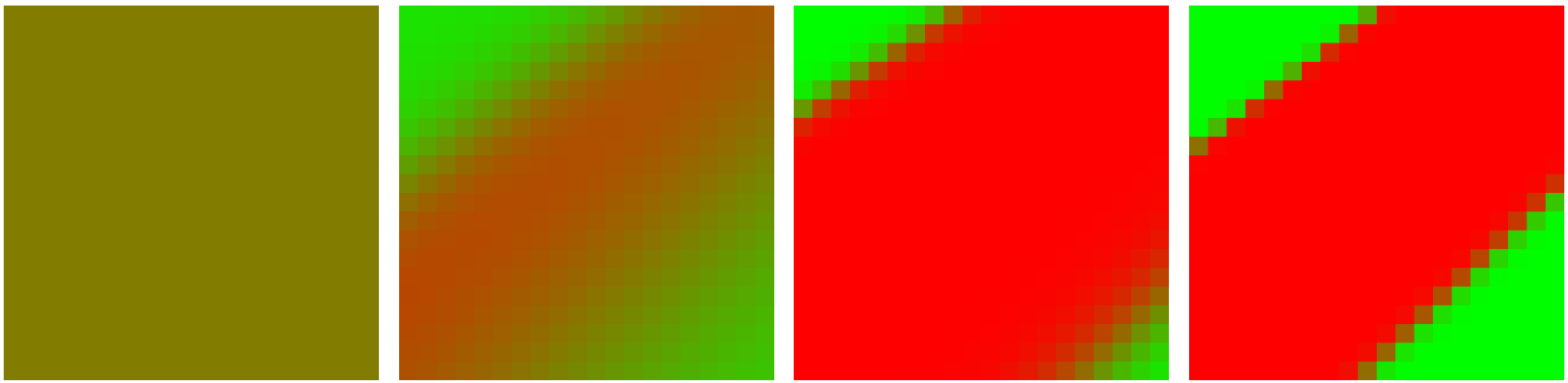
Beispiel für das Ergebnis eines Trainings

16 Trainingsbeispiele:
x_1 und x_2 in $\{0, 0.1, 0.9, 1\}$

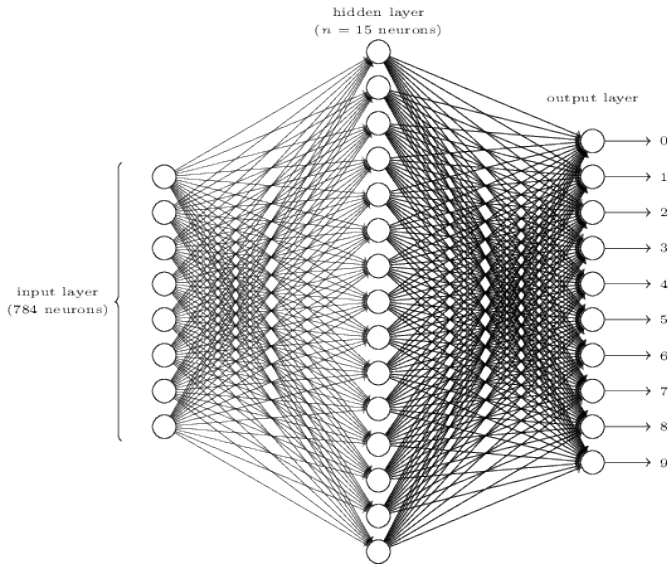
$y = 1$ genau wenn $x_1 \approx x_2$

In 50000 Iterationen wurden folgende Parameter bestimmt.





Ziffernerkennung (Michael Nielsen)



- MNIST Datensatz: 60,000 Bilder 28 x 28 Pixel; für jedes Pixel: Helligkeit.
- 10 Ausgabeneuronen, 15 Neuronen in der Mittelschicht, 784 = 28 x 28 Eingabewerte.
- Jedes Neuron der Mittelschicht hat 784 Eingaben. Jedes Ausgabeneuron hat 15 Eingaben.
- Anzahl der Parameter = 15 x 785 + 10 x 16 = 11,935.
- Fehlerrate: unter 3 Prozent.
- Zahlen sind schön zentriert.

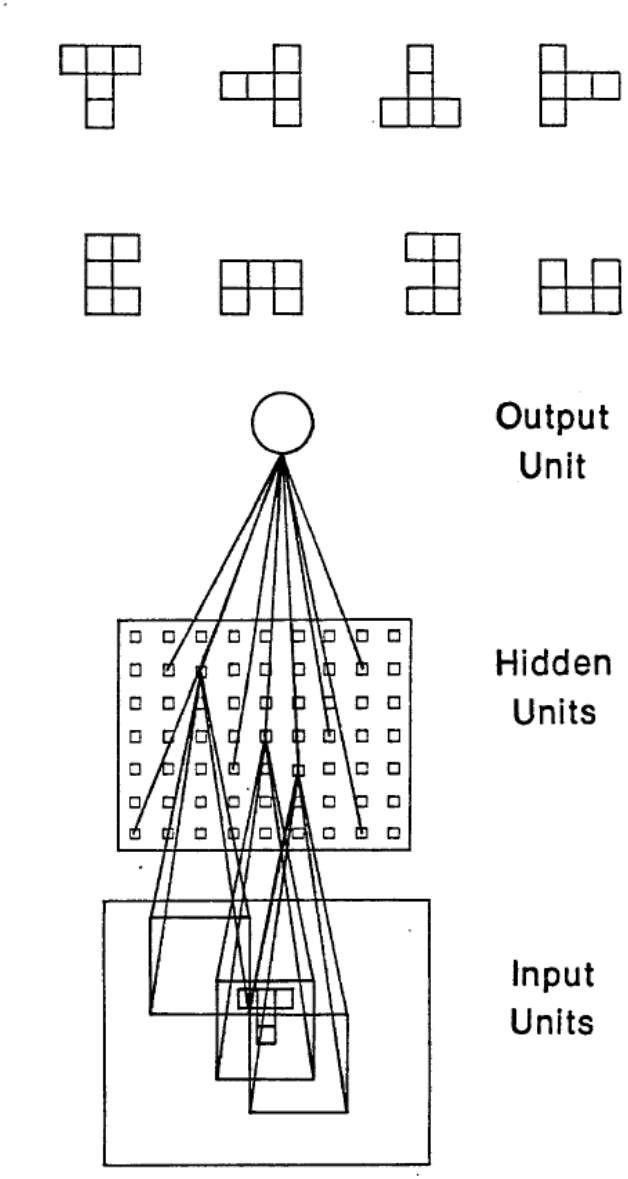
Unterscheide T und C (Convolutional Networks)

Aufgabe: in einem 25 x 25 Pixelbild befindet sich ein T oder C in einer der vier möglichen Orientierungen; fünf Pixel sind Eins, die anderen sind Null.

Bestimme ein neuronales Netz (einfacher Architektur), das T und C unterscheidet.

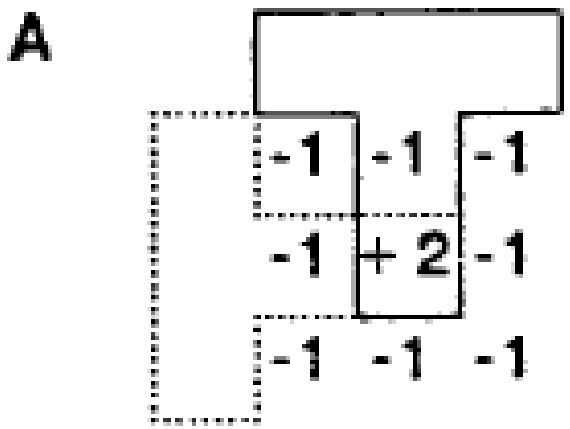
einfach: alle Neuronen der ersten Schicht schauen sich eine 3 x 3 Matrix an und sind identisch, d.h. haben die gleichen Parameter.
Ausgabeneuron hängt von allen Neuronen der ersten Schicht ab.

Anzahl der Parameter $= 10 + (25-2)^2 + 1$.



IGURE 14. The network for solving the T-C problem. See text for explanation.

Eine Lösung (Das Bild zeigt die Gewichte)



Wenn die Mitte des Filter auf dem Fuß des T's liegt, liefert der Filter eine +1.

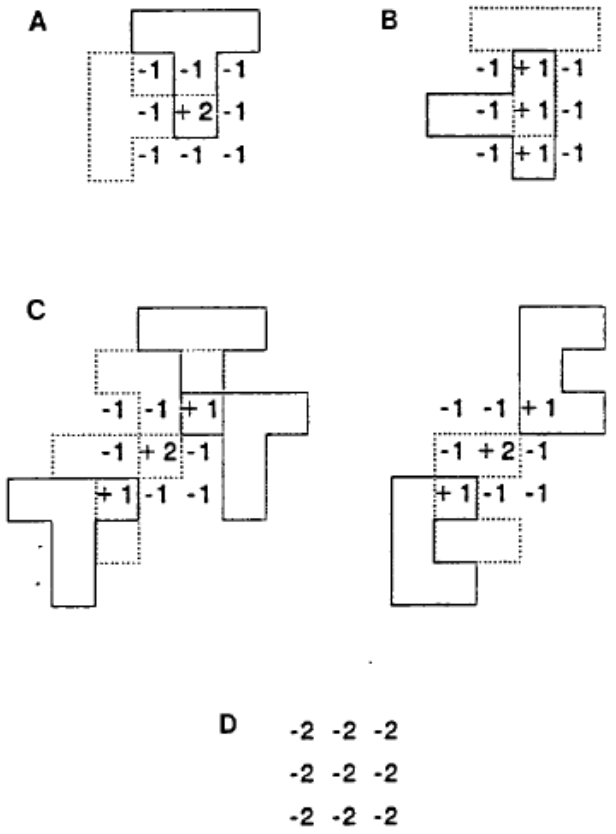
Bei einem C erzeugt der Filter immer einen Wert kleiner gleich 0.

Neuron der ersten Schicht =

$$g(-5 + 20 \cdot \text{Mittelpixel} - 10 \cdot \text{Summe der Randpixel})$$

Ausgabeneuron = Oder aller Neuronen der ersten Schicht.

Lösungen durch Trainieren (Rumelhart/Hinton/Williams, 86)



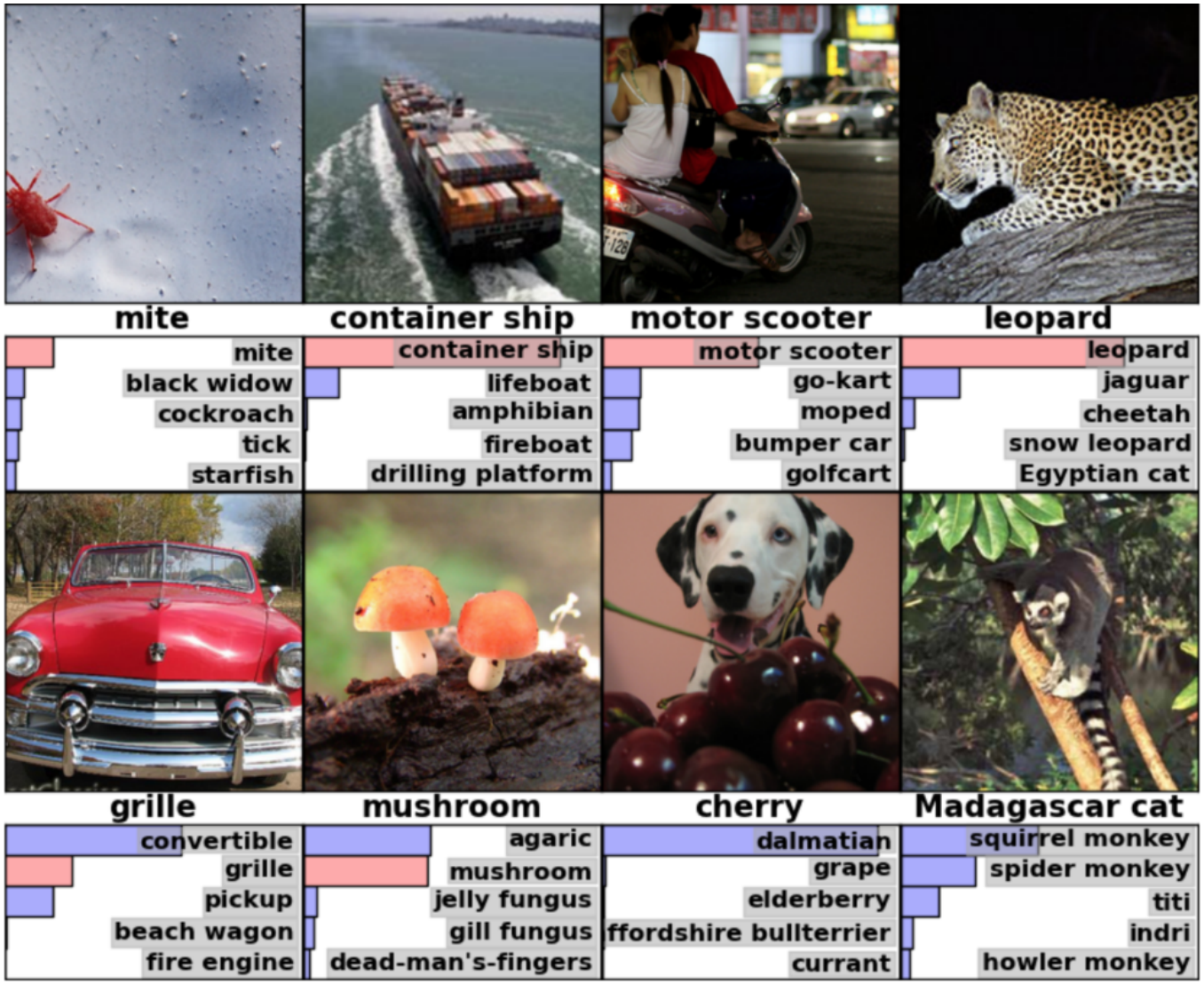
Training fand vier verschiedene Lösungen.

Aufgabe: finde heraus, wie B und C funktionieren.

D ist besonders interessant: es funktioniert weil ein C 20 Rezeptoren überlappt und ein T 21 Rezeptoren.

0	0	0	0	0		0	0	0	0	0
0	1	1	0	0		0	1	1	1	0
0	1	0	0	0		0	0	1	0	0
0	1	1	0	0		0	0	1	0	0
0	0	0	0	0		0	0	0	0	0

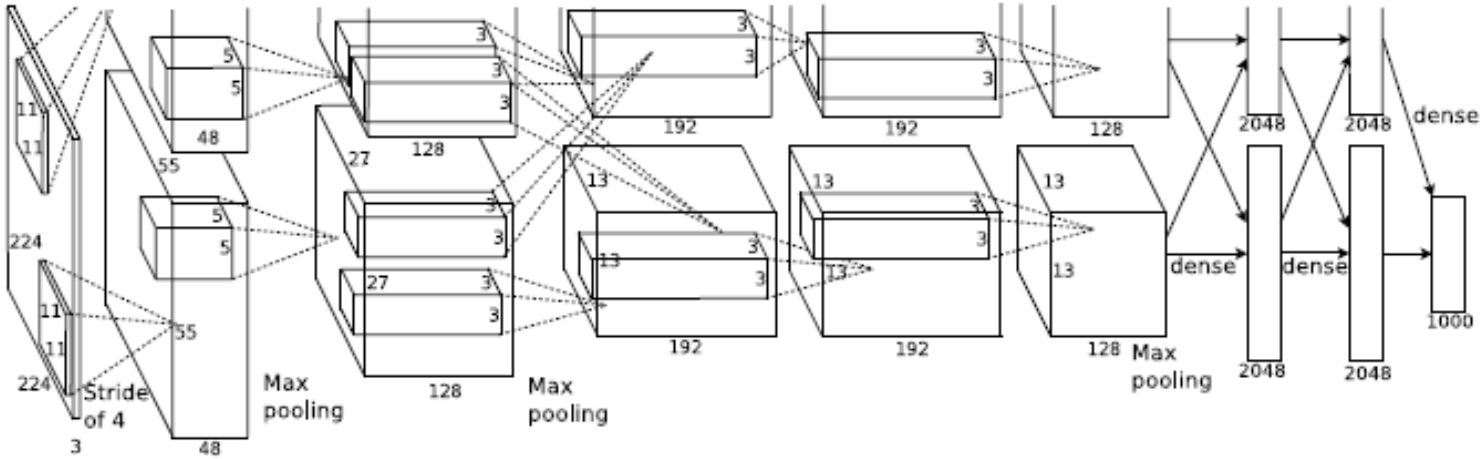
Krishevsky et al., 2012: Netzwerk klassifiziert Bilder nach 1000 Kategorien



Stand der Kunst (Krishevsky et al., 2012)

- Bilder haben 224 x 224 Pixel jeweils mit 3 Farbwerten (0 bis 255)
- Netzwerk hat 8 Schichten, 650000 Neuronen, 60 Millionen Parameter
- Ausgabeschicht hat 1000 Neuronen, eins pro Klasse
- 1.2 Millionen Trainingsbeispiele aus 1000 Klassen.
- Training dauerte 1 Woche

Stand der Kunst (Krishevsky et al., 2012)



- Eingabe: 224 x 224 Pixel mit jeweils 3 Farbwerten
- Schicht 1: 96 verschiedene Neuronen in 55 x 55 Matrix; jedes Neuron sieht 11 x 11 Feld der Eingabe; Shift von 4.
- Schicht 2: 256 verschiedene Neuronen in 27 x 27 Matrix; jedes Neuron sieht 5 x 5 Feld der Schicht 1, also 31 x 31 Feld der Eingabe.
- Schicht 3, 4, 5: ähnlich
- Schichten 6, 7: 4096 Neuronen, sehen ganze vorherige Schicht
- Schicht 8, Ausgabeschicht: 1000 Neuronen

Suche: Suchbild in Spalte 1, Trainingsbilder mit ähnlichster Erregung der Ausgabeneuronen

Wie funktioniert das?

Neuronen der ersten Schicht entdecken Kanten, Linien, Bögen in 11 x 11 Feldern der Eingabe.

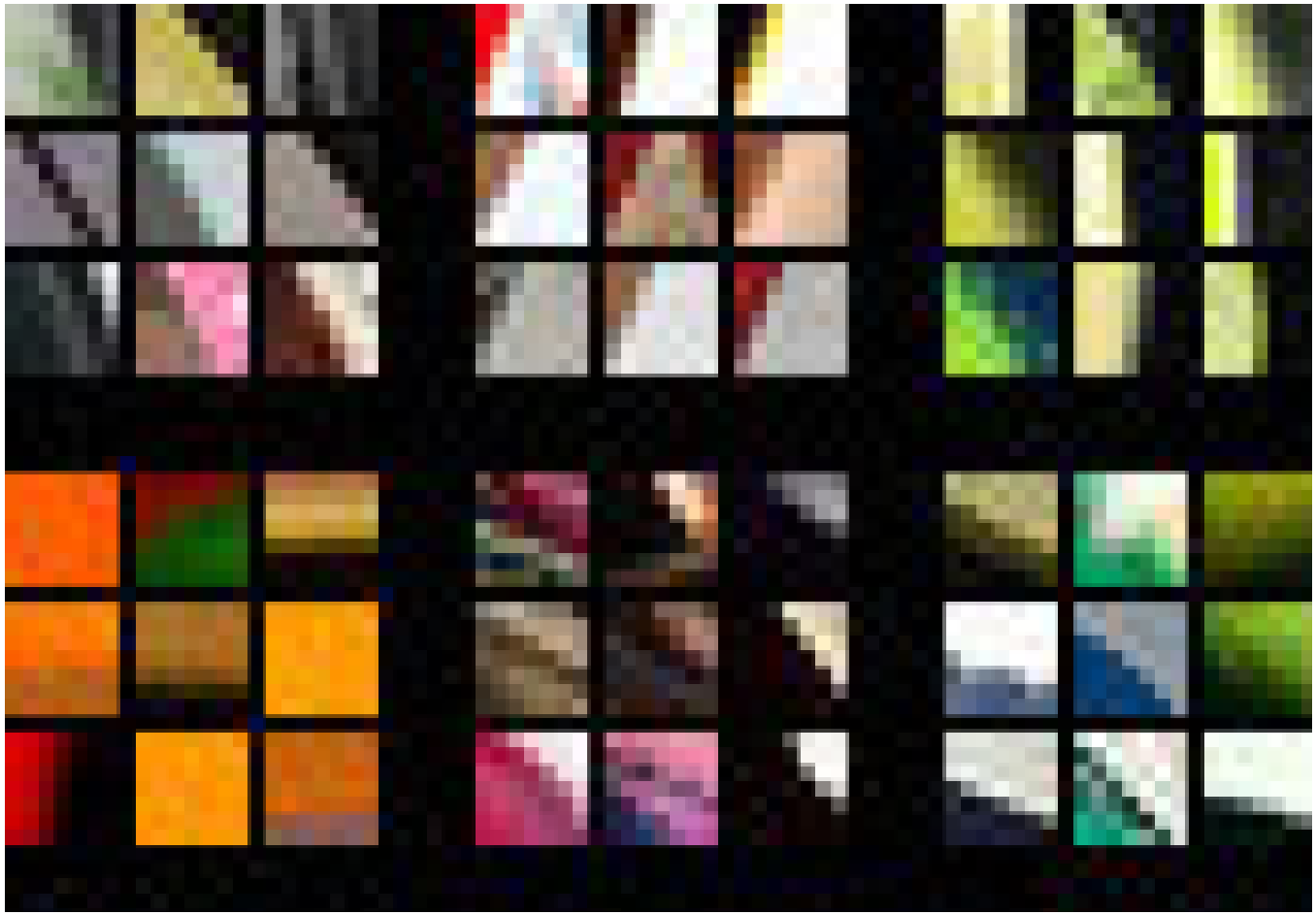


Abbildung zeigt Eingaben, bei denen 6 ausgewählte Neuronen der ersten Schicht besonders stark ansprechen.

Wie funktioniert das?

Neuronen der zweiten Schicht entdecken komplexere Merkmale in 31 x 31 Feldern der Eingabe.

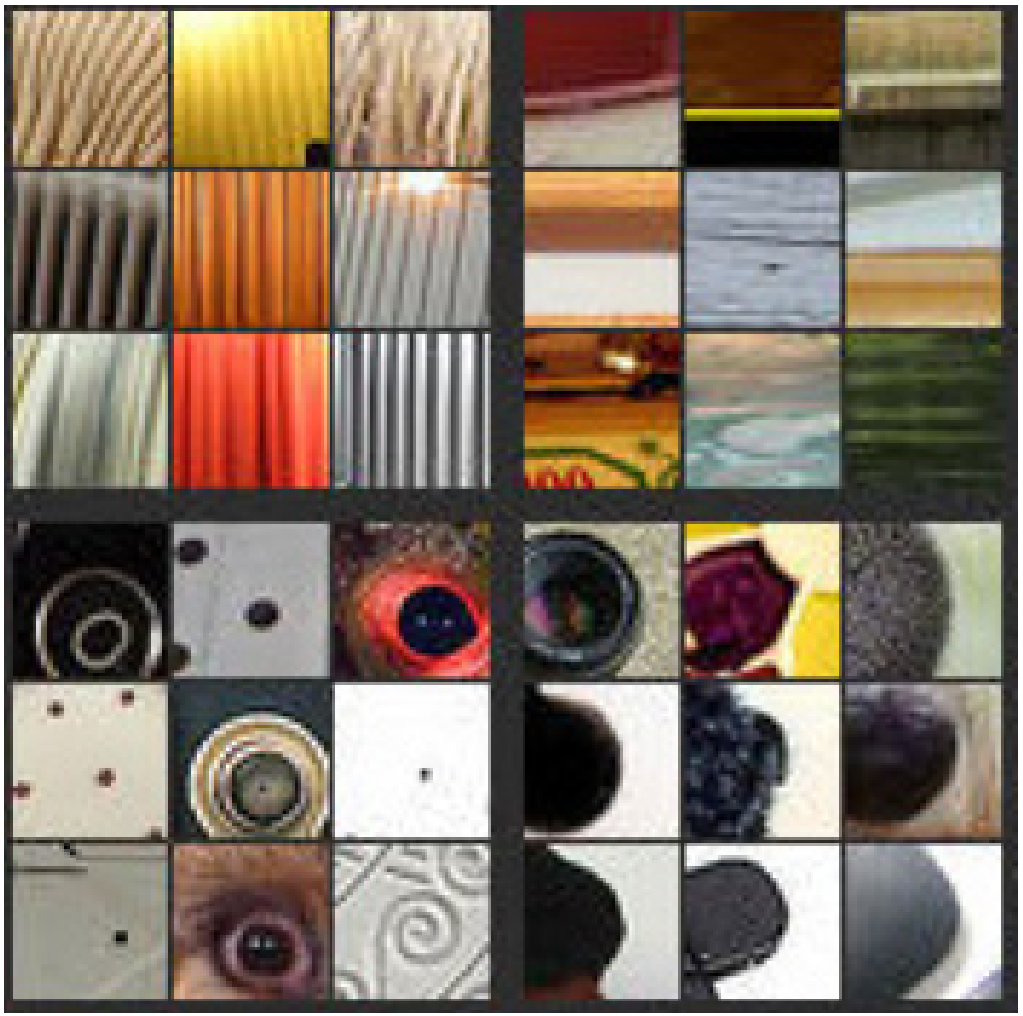


Abbildung zeigt Eingaben, bei denen 4 ausgewählte Neuronen der zweiten Schicht besonders stark ansprechen.

Wie funktioniert das?

Neuronen der dritten Schicht entdecken noch komplexere Merkmale in wiederum größeren Feldern der Eingabe.

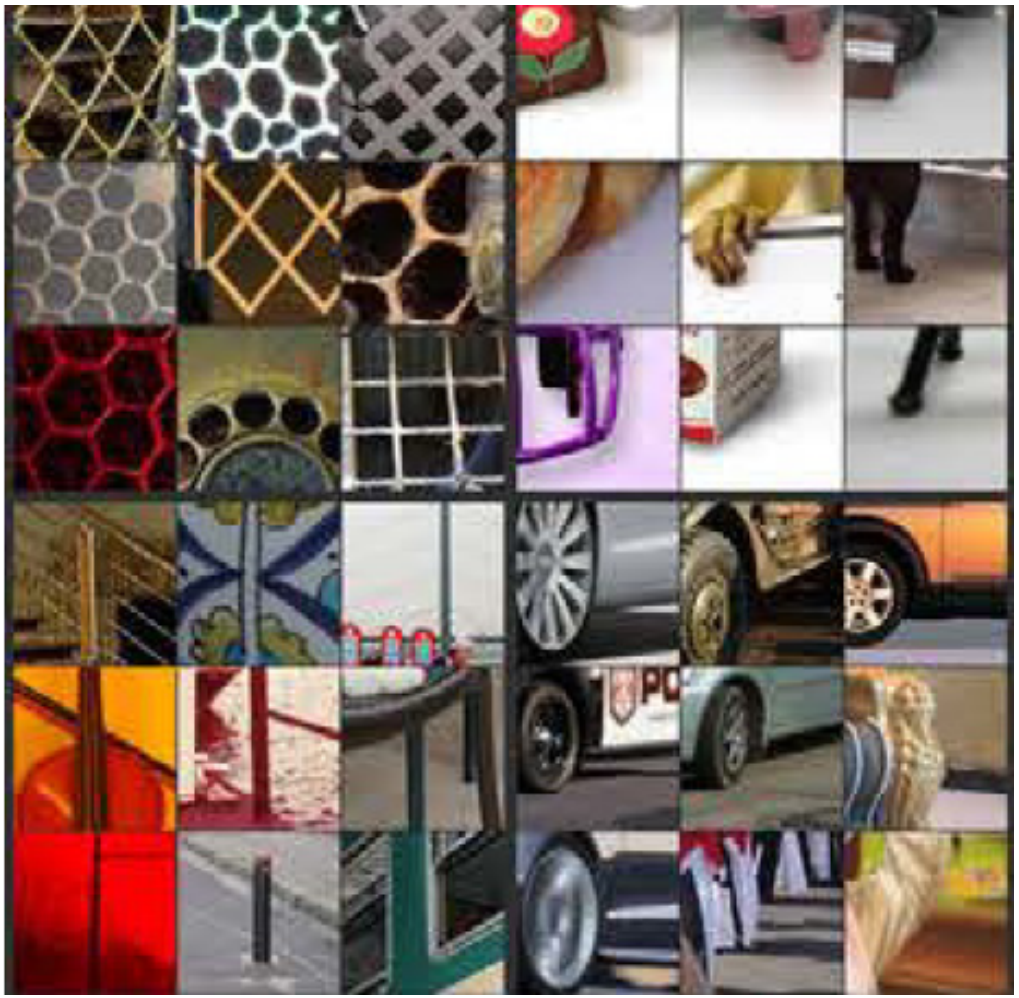


Abbildung zeigt Eingaben, bei denen 4 ausgewählte Neuronen der dritten Schicht besonders stark ansprechen.

Wie funktioniert das?

Neuronen der vierten Schicht entdecken noch komplexere Merkmale in wiederum größeren Feldern der Eingabe.

Abbildung zeigt Eingaben, bei denen 4 ausgewählte Neuronen der vierten Schicht besonders stark ansprechen.

Wie funktioniert das?

Neuronen der fünften Schicht entdecken noch komplexere Merkmale in wiederum größeren Feldern der Eingabe.

Abbildung zeigt Eingaben, bei denen 4 ausgewählte Neuronen der fünften Schicht besonders stark ansprechen.

Fortschritt in den letzten Jahren

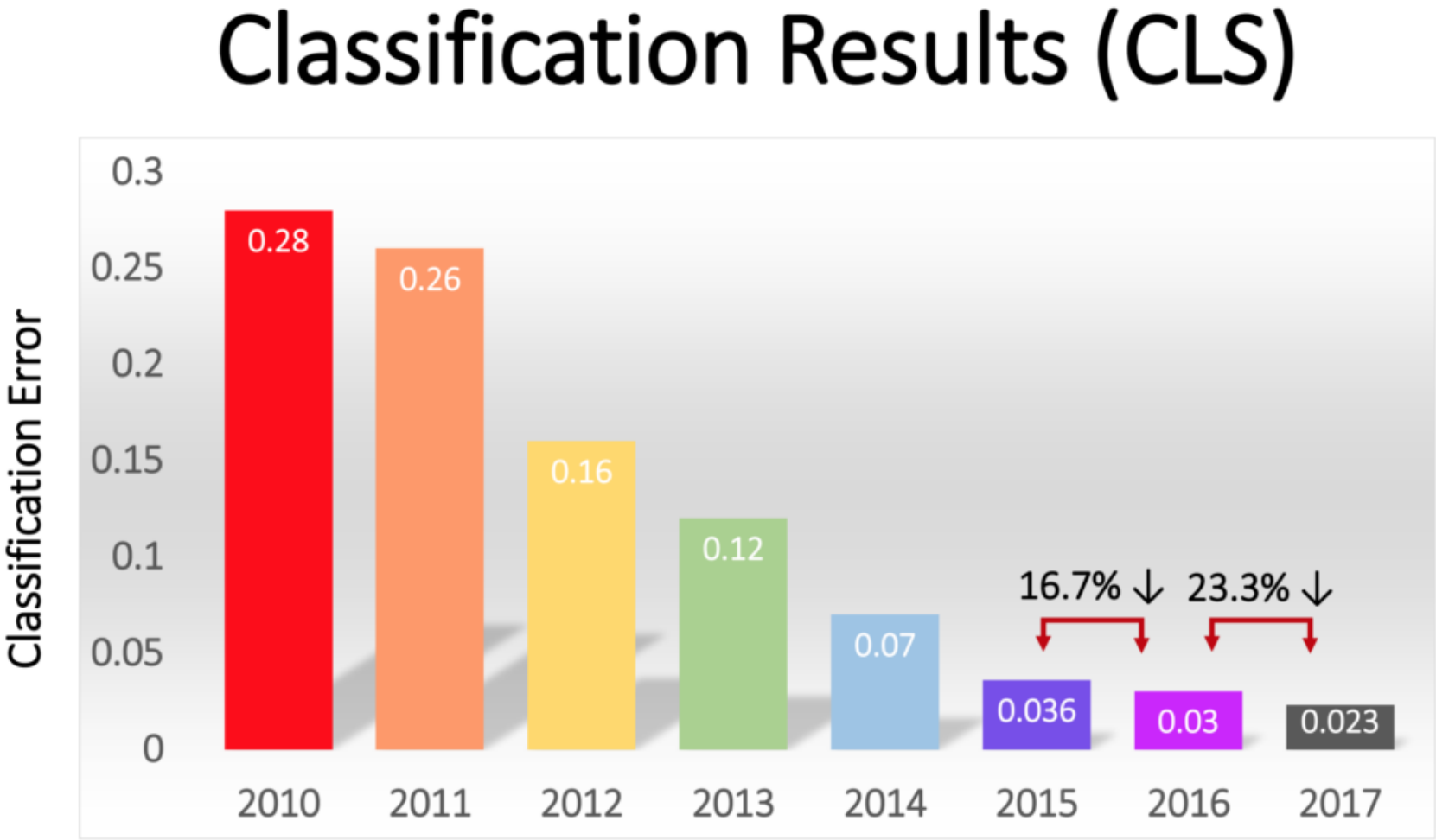


Image von imagenet.org.

Zusammenfassung

Neuronale Netze mit vielen Schichten (deep networks) haben Durchbruch in Bilderkennung, Handschriftenerkennung, und Spracherkennung geschafft.

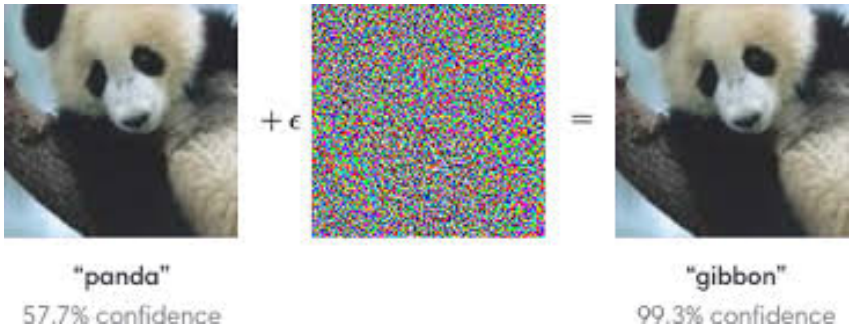
Je höher die Schicht, desto komplexere Merkmale werden erkannt; Merkmale auf einer Schicht sind Kombinationen von Merkmalen auf der vorherigen Schicht.

Training braucht sehr große Datensätze, die seit einigen Jahren durch soziale Netzwerke und Crowdsourcing zur Verfügung stehen.

Training ist aufwendig und dauert sehr lange, aber das ist auch bei Menschen so (meine Enkel waren 18 Monate alt als sie das Wort Elefant mit einem Bild eines Elefanten verknüpften).

Daher Durchbruch erst jetzt, obwohl Technik seit mehr als 25 Jahren bekannt.

Schwächen und Gefahren



- Mangelnde Robustheit.
- Kann nicht: Rotation der Bilder, Skalierung, ...
- Ergebnis nicht besser als Daten.
  - Unvollständige Trainingsdaten, z.B. Affen und Menschen mit weißer Hautfarbe.
  - Geziehlte Irreführung: Twitter-Nutzer machen IBM-Chatbot Tay zur Rassistin.
  - Vorurteile werden festgeschrieben.
- Fragwürdige Anwendungen: Vorhersage von Rückfällen bei Straftätern.
- Schwarzer Kasten (black box): Entscheidungen sind nicht nachvollziehbar.